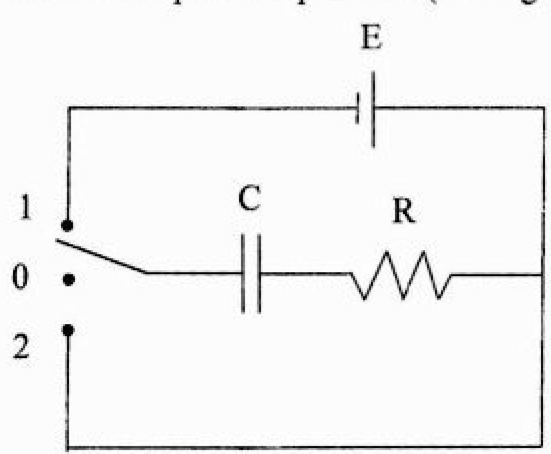
شحن وتفريغ مكثف عبر مقاومة

CHAPITRE VI : CHARGE ET DECHARGE D'UN CONDENSATEUR A TRAVERS UNE RESISTANCE



1 CIRCUIT DE CHARGE ET DE DECHARGE D'UN CONDENSATEUR

Considérons un circuit comportant : un générateur de force électromotrice E, un condensateur de capacité C, une résistance R et un interrupteur à 3 positions (voir figure).



L'objectif est la recherche de la loi d'évolution de la charge du condensateur durant les phases de charge et de décharge à travers la résistance *R*.

شحنة مكثف

2 CHARGE DU CONDENSATEUR

A l'instant t=0, on place l'interrupteur sur la position 1 ; on charge ainsi le condensateur pendant un temps t. Cherchons alors la loi d'évolution $q(t)$ de la charge du condensateur et traçons la courbe $q(t)$.

2.1 Loi d'évolution $q(t)$ de la charge du condensateur

A l'instant t la d.d.p. V aux bornes de C est liée à la charge q par l'égalité : $q = CV$. La loi d'Ohm généralisée s'écrit :

$$E = Ri + V = R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$$

Donc : $$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}q = \frac{E}{R}$$

C'est une équation différentielle du premier ordre avec second membre. La solution d'une telle équation est la somme de deux solutions, une solution particulière q=CE et une solution générale sans second membre :

$$q = A\exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$

Soit la solution générale :

$$q(t) = A\exp\left(-\frac{t}{RC}\right) + CE$$

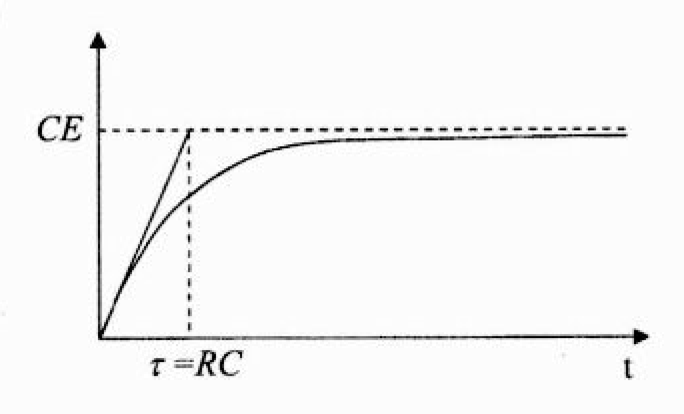
où A est une constante qu'on détermine à partir des conditions initiales :
à t=0 , q=0 d'où A=-CE

D'où $$\boxed{q(t) = CE\left(1 - \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)\right)}$$

2.2 Représentation graphique de q(t)

Lorsque t=0 , q=0.
Lorsque $t \to \infty$, $q \to CE$. La courbe représentative admet pour asymptote la droite d'équation : $q=CE$.
L'équation de la droite passant par l'origine et tangente à la courbe est donnée par :

$$q = \frac{CE}{CR}t = \frac{E}{R}t$$



La constante $\tau = RC$, homogène à un temps, est la constante de temps du circuit. C'est l'abscisse du point d'intersection de la tangente en 0 à la courbe q(t) avec l'asymptote CE.

2.3 Loi d'évolution de l'intensité $i(t)$

A l'instant t, l'intensité du courant dans le circuit est donnée par :

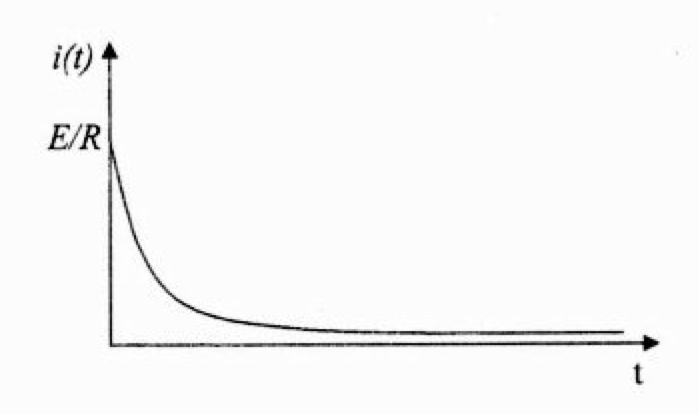
$$i = \frac{dq}{dt}$$

Soit $$\boxed{i(t) = \frac{E}{R}\exp\left(\frac{-t}{RC}\right)}$$

2.4 Représentation graphique de i(t)

Lorsque $t=0,\ i = E/R$

Lorsque $t \to \infty, i \to 0$. La valeur minimale i=0 est atteinte asymptotiquement



3 DECHARGE DU CONDENSATEUR

تفريغ مكثف

A l'instant $t_2 >> t_1$ on déplace l'interrupteur sur la position 2 . On suppose dans ce cas que le condensateur est complètement chargée. Cette charge est :

$$q_0 = CE$$

3.1 Loi d'évolution *q*(t) de la décharge du condensateur

A un instant *t*, la loi généralisée d'Ohm s'écrit :

$$-V + Ri = 0 \quad \text{avec} \qquad V = \frac{q}{C} \quad et \quad i = -\frac{dq}{dt}$$

Le signe '-' dans l'expression de *i* vient du fait que la quantité *dq* est négative « le condensateur se décharge ».

Il vient : $$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}q = 0$$

C'est l'équation différentielle qui régit l'évolution de la charge *q* du condensateur *C*. Sa solution est de la forme

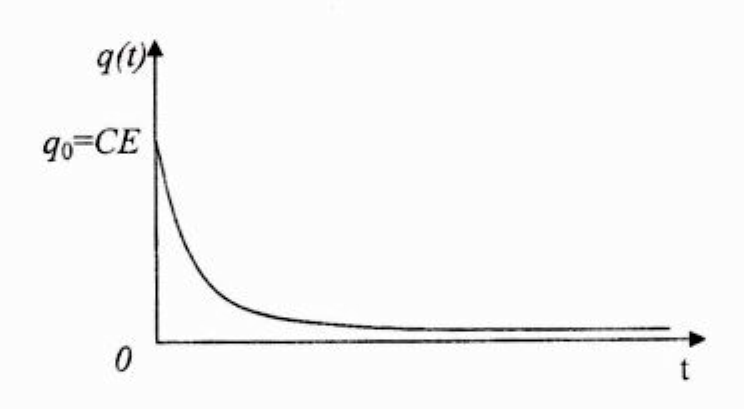
$$q(t) = B\exp(-\frac{t}{RC})$$

B une constante qu'on détermine à partir des conditions initiales.
A $t=0,\ q_0 = CE$ et $B = CE$

soit $$\boxed{q(t) = q_0 \exp(-\frac{t}{RC}) = CE\exp(-\frac{t}{RC})}$$

3.2 Représentation graphique de q(t)

Lorsque $t=0$, $q = CE$
Lorsque $t \rightarrow \infty, q \rightarrow 0$. La valeur minimale q=0 est atteinte asymptotiquement.



3.3 Loi d'évolution de l'intensité i(t)

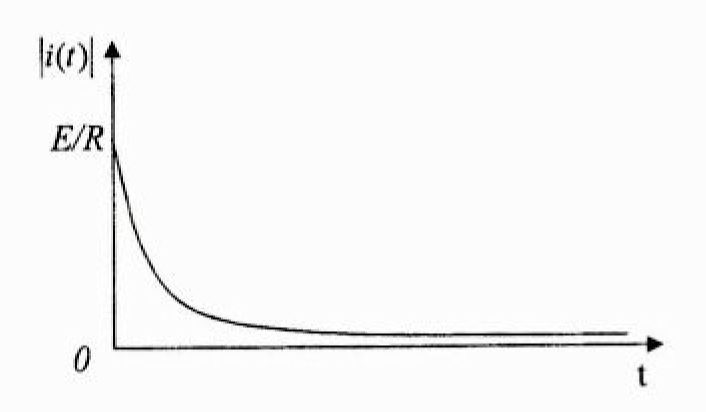
$$i = \frac{dq}{dt}$$

soit

$$\boxed{i(t) = -\frac{q_0}{RC}\exp(-\frac{t}{RC}) = -\frac{E}{R}\exp(-\frac{t}{RC})}$$

3.4 Représentation graphique de i(t)

Lorsque $t=0$, $|i| = E/R$
Lorsque $t \rightarrow \infty, i \rightarrow 0$. La valeur minimale $|i| = 0$ est atteinte asymptotiquement.



4 CAS D'UNE CHARGE PARTIELLE SUIVI D'UNE DECHARGE

Soit t_1 le temps au bout duquel la charge q atteint sa valeur $q_1 < CE$ (charge partielle de C). La charge q_1 est telle que :

$$q_1 = CE(1-\exp(-\frac{t_1}{RC}))$$

A cet instant t_1, on déplace l'interrupteur sur la position 2 ; on décharge ainsi le condensateur dans la résistance R.
A un instant t, la loi généralisée d'Ohm s'écrit :

$$V - Ri = 0 \quad \text{avec} \quad V = \frac{q}{C} \quad et \quad i = -\frac{dq}{dt}$$

Il vient :

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}q = 0$$

La solution est de la forme

$$q(t) = B\exp(-\frac{t}{RC})$$

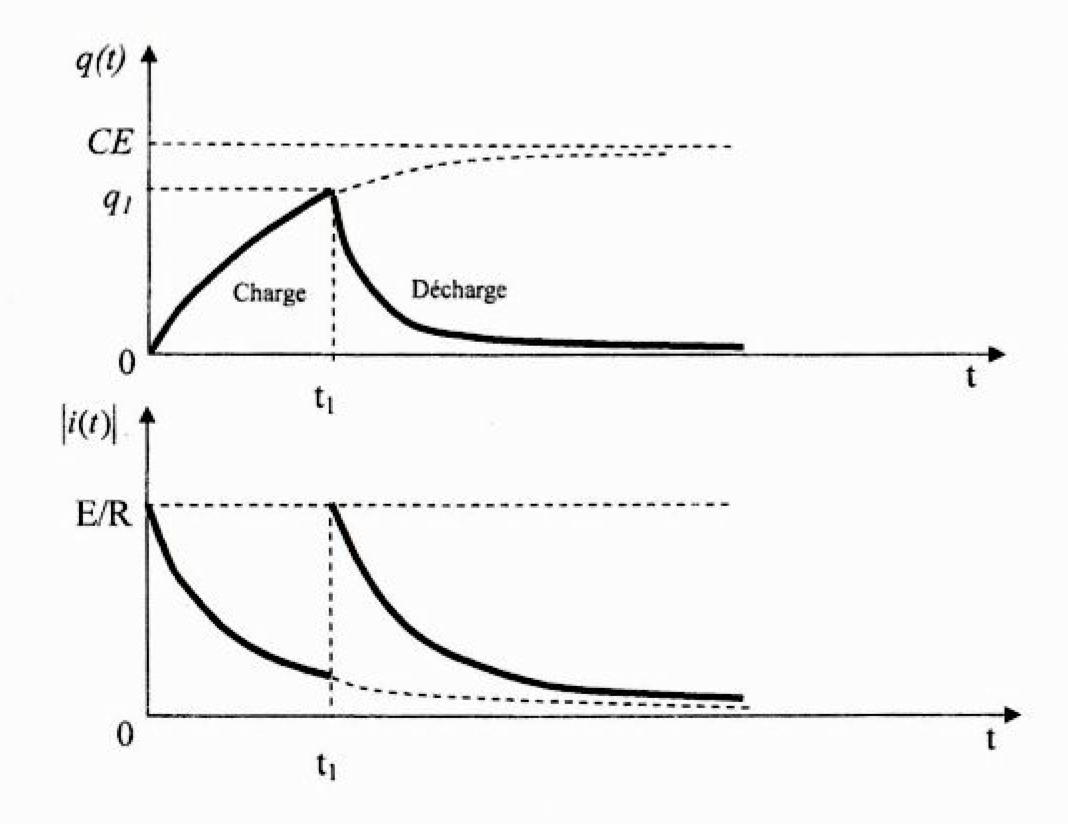
où t est compté à partir de l'instant t_1 , et B une constante qu'on détermine à partir des conditions initiales.

$$q(t_1) = B = CE(1-\exp(-\frac{t_1}{RC}))$$

soit $$q(t\ ) = CE(1-\exp(-\frac{t_1}{RC}))\exp(-\frac{t}{RC})$$

et $$|i(t)| = \frac{E}{R}(1-\exp(-\frac{t_1}{RC}))\exp(-\frac{t}{RC})$$

La représentation graphique de q (t) et de i(t) est la suivante :




ETUSUP.com